

## 缶詰食品の加熱殺菌におけるレトルト温度プロフィールの最適化

寺島 好己

### Retort Temperature Profile for Optimum Quality during Heat Sterilization of Heat Conductive Food in Cans

Yoshimi Terajima

In the heat sterilization process for foods in cans or retortable pouches, it is of importance to reduce quality deterioration of packed foods, achieving a certain level of sterilization. For this purpose, the optimum retort temperature profile is investigated in this paper. The optimum control theory based on the calculus of variables was used to determine the optimum retort temperature profile for maximizing quality retention for a given final sterilizing value during the heat sterilization of heat conductive foods in cans. The cook-value (C-value) was employed to describe quality changes. Optimization was considered to be a constrained optimal control problem with an unspecified terminal time, and it was solved numerically, using the conjugate gradient minimization method. Optimum retort temperature profiles were determined for the volume average and surface C-values for browning reactions. The results show that the best profile can nearly be approximated by a ramp function.

**Key words** : optimization, quality, retort temperature, heat sterilization, heat conductive food, canned food, cook-value.

#### 1. 緒 論

缶詰食品やレトルト食品の加熱殺菌は、一般には水蒸気あるいは熱水レトルトの中で加熱することによって行われることが多い。食品の温度を比較的短時間に所定の温度以上に上げ、微生物や芽胞などを不活性化させることによってシェルフライフをのばしている。

しかしながら、実際の加熱殺菌においては微生物や芽胞などは不活性化されているが、栄養素、色、フレーバーやテクスチャなどの品質面で劣化が起こることが考えられる。

したがって、缶詰食品やレトルト食品のレトルト殺菌においては、所定の殺菌効果を達成しながら品質面での劣化をできるだけ避けるようにすることが理想的である。これを実現するために、従来、レトルト温度を高くして短時間に殺菌を行う高温短時間殺菌法<sup>1)</sup>などが考えられてきた。しかし、これと並行して、レトルト温度を高くするだけでなく、時間の関数としてのレトルト温度プロフィールに関する研究も数多く報告されている。

Teixeira ら<sup>2)</sup>は、缶に詰められた伝導食品に関して一定温度型、三角型、多段型およびsin型の各レトルト温度プロフィールについて、試行錯誤法を用いて最適条件を求めている。この研究はあらかじめ数種のレトルト温度プロフィールを与えて各プロフィールごとに最適な条件を検討し最適なプロフィールに接近していくという方法であるが、このような最適プロフィールを直接探索した例としてつぎのような研究がある。

注 本論文は缶詰時報, Vol.81, No.7, 651~660 (2002) 掲載論文を転載したものである。

Saguy ら<sup>3)</sup> はポントリヤギンの原理を用いて、缶詰食品のレトルト殺菌において栄養素を最も多く残存させるのに最適なレトルト温度プロフィールを特殊な評価関数を導入することにより探索している。彼らは多変数から構成される評価関数の最適化について一つの数学的解法を提供している。Nadkarni ら<sup>4)</sup> は、缶詰食品について Saguy らと同じポントリヤギンの原理を応用して、レトルト温度の上昇速度と下降速度とを“バン・バン制御”(制御方法の一つであり、この場合は一定の温度上昇速度と一定の温度下降速度のどちらかを入力してレトルト温度を制御する方法である)することによりレトルト温度プロフィールを最適化する研究を行っている。Banga ら<sup>5)</sup> は終端時間固定の最適制御問題の解法について新しいアルゴリズムを開発し、まぐろ缶詰を対象にして研究を進めている。

しかしながら、以上の研究ではいずれも缶詰食品内のある個数の微生物をある一定の個数以下にするという条件で、チアミンなどの食品成分の残存量を最大にするという観点からレトルト温度プロフィールを検討している。さらに、問題を拘束条件つき終端時間固定の最適制御問題にあてはめ、加熱時間をあらかじめ与えてレトルト温度プロフィールの最適化を行っている。

本研究では、缶詰食品の中心での $F_0$ 値を一定にし、C値(Cook-value)<sup>6)</sup>を最小にするという観点からレトルト温度プロフィールを検討した<sup>10) 11)</sup>。問題を拘束条件つき終端時間未定の最適制御問題としてとらえ、レトルト温度プロフィールと加熱時間とを同時に最適化することを試みた。

## 2. 理 論

### 2.1 微生物の死滅速度と食品成分の劣化速度

微生物の死滅速度と食品成分の劣化速度は一般に式(1)のように表される<sup>2) 3)</sup>。

$$dN/dt = -(\ln 10/D)N \quad (1)$$

$$D = D_r \exp \{(\theta_r - \theta)/(z_r / \ln 10)\} \quad (2)$$

いま、添字1は微生物を、添字2は栄養素などの食品成分を表わすとし、時間 $t=0$ で $N=N_{10}$ 、 $N_2$ 、として式(1)を解くと任意の時間 $T$ に対して式(3)、(4)が得られる。

$$N_1 = N_{10} \exp \left[ (-\ln 10/D_{1r}) \int_0^T \exp \{(\theta - \theta_{1r})/(z_1 / \ln 10)\} dt \right] \quad (3)$$

$$N_2 = N_{20} \exp \left[ (-\ln 10/D_{2r}) \int_0^T \exp \{(\theta - \theta_{2r})/(z_2 / \ln 10)\} dt \right] \quad (4)$$

問題は、缶詰食品が加熱され、さらに冷却されたとき、ある一定量の微生物を破壊し栄養素などの食品成分をできるだけ多く残存させるためにはレトルト温度プロフィールをどのようにすればよいかということである。

冷却を含めた殺菌終了時間を $t_f$ とすれば、この問題は $T=t_f$ で式(3)の $N_1$ を一定値にし、式(4)の $N_2$ を最大にするようなレトルト温度プロフィールを求める問題と考えることができる<sup>2)~5)</sup>。

一方、 $D_{1r}$ 、 $D_{2r}$ は定数であるから式(3)、(4)より

$$F_P = \int_0^{t_f} \exp \{(\theta - \theta_{1r})/(z_1 / \ln 10)\} dt \quad (5)$$

を一定とし

$$C = \int_0^{t_f} \exp \{(\theta - \theta_{2r})/(z_2 / \ln 10)\} dt \quad (6)$$

を最小にする問題としてとらえることもできる<sup>10) 11)</sup>。 $F_P$ は $F_P$ 値(殺菌値, sterilizing value)を表し、 $C$ は $C$ 値(cook-value)を表す。 $\theta$ も $F_P$ も場所と時間の関数であるが、 $F_P$ 値としては缶

詰食品の中心の値を対象にするとすれば、式(5)の $\theta$ は詰食品の中心温度 $\theta_c$ にとればよいことになる。C値を詰食品全体の平均値(体積平均, volume average)とした場合、式(6)を式(7)のように拡張する。

$$C^* = \int_0^{t_f} (1/V) \int_{\text{vol}} \exp\{(\theta - \theta_{2r})/(z_2/\ln 10)\} dv dt \quad (7)$$

ただし、Vは詰食品の体積、dvは微小体積、volは体積積分を意味する。

また、C値を詰食品の表面(surface)の値とした場合は、式(6)の $\theta$ を表面温度にとればよいことになる。すなわち、 $T = t_r$ のときの $F_p$ 値を一定にし、C値(体積平均あるいは表面の値)を最小にするようにレトルト温度プロフィールを求める問題となる。

式(5)において、 $\theta_{1r} = 121.1^\circ\text{C}$ 、 $z_1 = 10^\circ\text{C}$ のときの $F_p$ 値は一般に $F_0$ 値といわれており、本研究では以下この $F_0$ 値を対象とすることにする。

## 2.2 最適化モデル

$F_0$ 値を一定にし、C値(体積平均あるいは表面の値)を最小にするという問題は、最適制御理論における終端量拘束問題にあてはめることができる。

一般的な終端量拘束問題はつぎのような問題である<sup>7)8)</sup>。いま、対象とするシステムの状態方程式がつぎのように与えられているとする。

$$dx/dt = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (8)$$

初期時間( $t=0$ )における状態量 $\mathbf{x}$ の初期値が

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (9)$$

で表されるシステムがあり、終端時間( $t_f$ :未知)における状態量の終端値が

$$\psi\{\mathbf{x}(t_f), t_f\} = 0 \quad (10)$$

と拘束されているとする。このとき、問題はつぎの評価関数

$$J = \phi\{t_f, t_f\} + \int_0^{t_f} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt \quad (11)$$

を最小にする制御入力 $\mathbf{u}$ を求める問題となる。 $\mathbf{x}(t)$ および $\mathbf{u}(t)$ の瞬時値には制限がないものとする。 $\psi$ はベクトル関数であり、 $\phi$ とLはスカラー関数である。

ここで、随伴変数 $\lambda$ (時間の関数)とラグランジュ乗数 $\mathbf{v}$ を導入し、評価関数をつぎのように拡張する。

$$J^* = \{\phi + \mathbf{v}^T \psi\}_{t=t_f} + \int_0^{t_f} \{L + \lambda^T (\mathbf{f} - d\mathbf{x}/dt)\} dt \quad (12)$$

ただし、 $^T$ はベクトルの転置を表す。

最終的にはこの新しい評価関数を停留させるという問題となる。ハミルトニアンを

$$H = L + \lambda^T \mathbf{f} \quad (13)$$

と定義して、評価関数 $J^*$ の第1変分 $\delta J^*$ を計算すると

$$\begin{aligned} \delta J^* = & \{\partial \phi / \partial \mathbf{x} + \mathbf{v}^T \partial \psi / \partial \mathbf{x} - \lambda^T\}_{t=t_f} d\mathbf{x}(t_f) \\ & + \{H + \partial \phi / \partial t + \mathbf{v}^T \partial \psi / \partial t\}_{t=t_f} dt_f \\ & + \int_0^{t_f} \{(\partial H / \partial \mathbf{x} + d\lambda^T/dt) \delta \mathbf{x} + (\partial H / \partial \mathbf{u}) \delta \mathbf{u} + \delta \lambda^T (\mathbf{f} - d\mathbf{x}/dt)\} dt \\ & + \{\psi \delta \mathbf{v}^T\}_{t=t_f} \end{aligned} \quad (14)$$

となる。式(14)から評価関数 $J^*$ の停留条件として、次のような諸条件が導かれることはよく知られている。

$$\text{随伴変数の微分方程式} \quad d\lambda/dt = -(\partial H/\partial \mathbf{x})^T \quad (15)$$

$$\text{制御入力 of 最適性の条件} \quad \partial H/\partial \mathbf{u} = 0 \quad (16)$$

$$\text{運動方程式} \quad d\mathbf{x}/dt = \mathbf{f} \quad (17)$$

$$\text{状態量の初期条件} \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (18)$$

$$\text{状態量の終端条件} \quad \psi \{ \mathbf{x}(t_f), t_f \} = 0 \quad (19)$$

$$\text{随伴変数の終端条件} \quad \lambda^T = \{ \partial \phi / \partial \mathbf{x} + \mathbf{v}^T \partial \psi / \partial \mathbf{x} \}_{t=t_f} \quad (20)$$

$$\text{未知時間 } t_f \text{ に対する条件} \quad \{ H + \partial \phi / \partial t + \mathbf{v}^T \partial \psi / \partial t \}_{t=t_f} = 0 \quad (21)$$

実際に問題を解くには、これらの停留条件を満足するように、最終的には二点境界値問題を解くことになる。一般的な解法はつぎの通りである。まず、式(16)を $\mathbf{u}$ について解き、式(15)、(17)に代入し、この二つの微分方程式を、両端の境界条件である式(18)、(20)を満たすように解く。このとき、 $\mathbf{v}$ は未定乗数であるが、これは式(19)を用いて決定できる。また、未知量 $t_f$ は式(21)から決定できる。

以上のような終端状態量拘束問題に、本研究の問題を当てはめることを考える。式(5)、(7)において、時間 $t$ における $F$ と $C^*$ をそれぞれ $x_1$ 、 $x_2$ とし、さらに時間 $t$ で微分すると式(22)、(23)が得られる。

$$dx_1/dt = \exp \{ (\theta_C - \theta_{1r}) / (z_1 / \ln 10) \} = f_1 \quad (22)$$

$$dx_2/dt = (1/V) \int_{vol} \exp \{ (\theta - \theta_{2r}) / (z_2 / \ln 10) \} dv = f_2 \quad (23)$$

$t=0$ では、 $x_1 = x_2 = 0$ であり、式(19)の関数 $\psi$ にはペナルティ関数を導入し、レトルト温度を $u(t)$ とすると問題はつぎのようにモデル化することができる。

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T \quad \mathbf{u} = u(t) \quad \mathbf{f} = (f_1, f_2)^T \quad (24)$$

$$\mathbf{x}(0) = (0, 0)^T \quad \psi = (1/2) \{ x_1(t_f) - F_C \}^2 \quad (25)$$

$$\phi = x_2(t_f) \quad L = 0 \quad (26)$$

随伴変数を $\lambda^T = (\lambda_1, \lambda_2)$ とするとハミルトニアンはつぎのように表される。

$$H = \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 \quad (27)$$

以上のようにモデル化ができれば、式(16)から $\mathbf{u}$ の解を求め式(15)～(21)を使ってレトルト温度 $u$ の最適解が求まるはずである。しかしながら、式(16)が解析的に解けるのはごく限られた場合であって一般には解析解が求まらない場合が多い。

本研究の場合も式(16)から解析解を求めるのは無理であるので、数値計算によってレトルト温度 $u$ の最適解を探索して行かなければならない。

### 3. 評価関数のこう配と計算アルゴリズム

#### 3.1 ハミルトニアン

2.2節で述べた $\phi$ 、 $\psi$ 、 $H$ を式(15)、(20)に代入するとつぎの各式が求まる。

$$d\lambda_1/dt = d\lambda_2/dt = 0 \quad (28)$$

$$\lambda^T(t_f) = [v_1 \{x_1(t_f) - F_C\}, 1] \quad (29)$$

ただし、 $v^T = (v_1, v_2)$  である。

これらの式により  $\lambda_1, \lambda_2$  はつぎのように計算される。

$$\lambda_1 = v_1 \{x_1(t_f) - F_C\} \quad (30)$$

$$\lambda_2 = 1 \quad (31)$$

このように  $\lambda_1, \lambda_2$  が求まると、式 (27) からハミルトニアンを計算することができる。

### 3.2 評価関数のこう配

レトルト温度プロフィールとして Fig. 1 のような多段型の温度プロフィールを考える。

ここでは、レトルト温度  $u_i (i=1, \dots, N_S)$  と加熱時間  $t_h$  の最適解を求めたいのであるが、実際に数値計算を進めるためには評価関数のこう配が必要である。式 (12) の評価関数に関して、こう配  $\partial J^* / \partial u_i$  およびこう配  $\partial J^* / \partial t_h$  を求めなければならない。

まず、 $\partial J^* / \partial u_i$  を計算する。式 (25), (26) より  $\phi$  も  $\psi$  も  $u_i$  を陽に含まないで、つぎの式 (32) が得られる<sup>10) 11)</sup>。

$$\begin{aligned} \partial J^* / \partial u_i &= \int_0^{t_f} \{ \partial L / \partial u_i + \lambda^T \partial f / \partial u_i \} dt \\ &= \int_0^{t_f} (\partial H / \partial u_i) dt \end{aligned} \quad (32)$$

すると、 $\partial H / \partial u_i$  は式 (27) よりつぎのようになる。

$$\partial H / \partial u_i = \lambda_1 \partial f_1 / \partial u_i + \lambda_2 \partial f_2 / \partial u_i \quad (33)$$

式 (33) を計算するためには、式 (22), (23) より  $\partial \theta_c / \partial u_i, \partial \theta / \partial u_i$  が必要であるが、それにはレトルト温度が Fig. 1 のように表される場合の缶詰食品の温度  $\theta$  が必要になる。

レトルト温度が Fig. 1 のように表されピオ定数 ( $B_i$ ) =  $\infty$  とした場合の缶詰食品の温度  $\theta$  は、Duhamel の定理を使うと式 (34) のように求めることができる<sup>9) 10)</sup>。ここで、 $B_i = \infty$  というのは缶詰内の食品の表面温度は殺菌中はレトルト温度に、冷却中は冷却温度になるという意味である。

$$\begin{aligned} \theta &= u_i - (u_i - u_{i-1}) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \exp[-B_{mn} \{t - (i-1) \Delta T\}] C_{mn} \\ &\quad - (u_{i-1} - u_{i-2}) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \exp[-B_{mn} \{t - (i-2) \Delta T\}] C_{mn} \\ &\quad \dots \\ &\quad - (u_2 - u_1) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \exp[-B_{mn} \{t - 1 \Delta T\}] C_{mn} \\ &\quad - (u_1 - \theta_0) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \exp[-B_{mn} \{t - 0 \Delta T\}] C_{mn} \end{aligned} \quad (34)$$

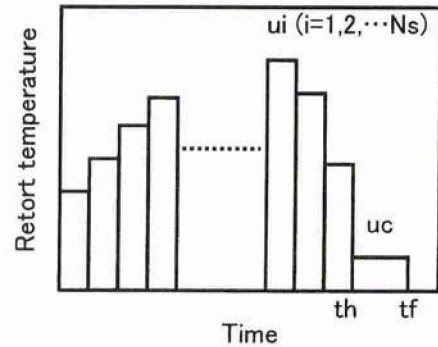


Fig. 1 Variable retort temperature (multiple-step function).

$$\begin{aligned} \text{ただし, } (i-1)\Delta T \leq t \leq i\Delta T & \quad (i=1, 2, \dots, N_s) \\ t_h \leq t & \quad (i=N_s+1, u_i=u_c=\theta_w) \end{aligned}$$

式(34)より $\partial\theta/\partial u_i$ はつぎのように計算することができる<sup>10) 11)</sup>。

$$\begin{aligned} \partial\theta/\partial u_i &= 0 & 0 \leq t \leq (i-1)\Delta T \\ &= 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \exp[-B_{mn}\{t-(i-1)\Delta T\}] C_{mn} & (i-1)\Delta T \leq t \leq i\Delta T \quad (35) \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \exp\{-B_{mn}(t-i\Delta T)\} C_{mn} \\ &\quad - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \exp[-B_{mn}\{t-(i-1)\Delta T\}] C_{mn} & i\Delta T \leq t \end{aligned}$$

$\partial\theta_c/\partial u_i$ は缶詰食品の中心温度を対象にしているので、式(35)で $C_{mn}=1$ とおけばよい。以上より、式(33)が計算でき、式(32)より $\partial J^*/\partial u_i$ を求めることができる。

次に $\partial J^*/\partial t_h$ を計算する。缶詰食品がFig. 1のように $t_h$ まで加熱され、以後 $t_r$ まで冷却される場合、中心温度が約70℃以下になると式(22)、(23)の $f_1$ 、 $f_2$ の値はほとんど0とみなすことができるので、 $x_1$ 、 $x_2$ の計算は冷却領域で中心温度が70℃以下になったときに打ち切ることにする。この計算打ち切り時間を冷却終了時間 $t_r$ と考えることにする。

ここで、2.2節で述べた式(21)の未知量 $t_r$ に対する条件式で考えてみると、中心温度が70℃以下になったときのハミルトニアンを式(27)、(30)、(31)を用いて計算すると、 $v_1$ をかなり大きくとっても $H=0$ とみなすことができる。また、式(25)、(26)より、 $\phi$ 、 $\psi$ には、 $t$ が陽には含まれていないので、 $\partial\phi/\partial t = \partial\psi/\partial t = 0$ となる。したがって、この問題では式(21)はもともと満足されており式(21)からは $t_r$ に関する情報は得られないことがわかる。

いま、加熱時間と冷却終了時間とはつぎの式(36)で関連づけられるとする。

$$t_r = (1+c)t_h \quad c: \text{定数} \quad (36)$$

時間 $t$ を $t_r$ で無次元化し、

$$\tau = t/t_r \quad (37)$$

で定義される無次元時間 $\tau$ を使用し、 $d\tau = dt/t_r$ 、 $dx/dt = (dx/d\tau)/t_r$ を考慮すると、式(12)はつぎのようになる。

$$J^* = \{\phi + v^T \psi\}_{\tau=1} + \int_0^1 \{t_r L + \lambda^T (t_r \mathbf{f} - d\mathbf{x}/d\tau)\} d\tau \quad (38)$$

式(25)、(26)より $L=0$ であり、 $\phi$ 、 $\psi$ には、 $t_h$ が陽に含まれていないことと、式(36)を考慮すると、 $\partial J^*/\partial t_h$ はつぎの式(39)のように計算される。

$$\partial J^*/\partial t_h = (1+c) \int_0^1 \{\partial(t_h H)/\partial t_h\} d\tau \quad (39)$$

式(39)の積分項は式(40)のように近似できる。

$$\int_0^1 \{\partial(t_h H)/\partial t_h\} d\tau = \sum_{i=1}^{N_r} \left[ \int_{(i-1)D\tau}^{iD\tau} \{\partial(t_h H)/\partial t_h\} d\tau \right] \quad (40)$$

ただし、 $D\tau = 1/N_r = 1/\{(1+c)N_s\}$

さらに、 $D\tau$ を $M$ 分割して、 $\Delta\tau = D\tau/M$ とすると、式(40)の第 $i$ 番目の項目の $\tau$ と $t$ は、 $\tau = (i-1)D\tau + j\Delta\tau$ であり、 $t = t_r\tau = (i-1)t_h/N_s + j(t_h/N_s/M)$ であるので、 $\Delta T = t_h/N_s$ 、 $\Delta t = \Delta T/M$ とするとつぎの式が成り立つ。

$$\int_{(i-1)D\tau}^{iD\tau} \{\partial(t_h H)/\partial t_h\} d\tau = \sum_{j=1}^M \{\partial(t_h H)/\partial t_h\}_{t=(i-1)\Delta T + j\Delta t} [1/\{(1+c)N_s M\}] \quad (41)$$

式(39)～(41)より、 $\partial J^*/\partial t_h$ は式(42)のようになる<sup>10) 11)</sup>。

$$\begin{aligned} \partial J^*/\partial t_h = & \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^M \{\partial(t_h H)/\partial t_h\}_{t=(i-1)\Delta T + j\Delta t} (1/N_s M) \\ & + \sum_{j=1}^{M_f} [\partial(t_h H)/\partial t_h]_{t=t_h + j\Delta t} (1/N_s M) \end{aligned} \quad (42)$$

式(42)の右辺第2項は、Fig. 1で $t > t_h$ の冷却領域を対象にしているのので、前にも述べたように中心温度が70℃より低くなったところで計算を打ち切れればよい。このときの $M_f$ より $t_f$ を求めることができる。

$\partial H/\partial t_h$ は式(43)のようになる。

$$\partial H/\partial t_h = \lambda_1 \partial f_1/\partial t_h + \lambda_2 \partial f_2/\partial t_h \quad (43)$$

式(43)を計算するためには、式(22)、(23)より $\partial\theta_c/\partial t_h$ 、 $\partial\theta/\partial t_h$ を求める必要があるが、 $\partial\theta/\partial t_h$ は式(34)より式(44)のように計算できる。

$$\begin{aligned} \partial\theta/\partial t_h = & (u_i - u_{i-1}) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} B_{mn} \exp[-B_{mn}\{t - (i-1)\Delta T\}] C_{mn} [0/N_s + j/N_s/M] \\ & + (u_{i-1} - u_{i-2}) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} B_{mn} \exp[-B_{mn}\{t - (i-2)\Delta T\}] C_{mn} [1/N_s + j/N_s/M] \\ & \dots \quad \dots \quad \dots \\ & + (u_2 - u_1) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} B_{mn} \exp[-B_{mn}\{t - 1\Delta T\}] C_{mn} [(i-2)/N_s + j/N_s/M] \\ & + (u_1 - \theta_0) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} B_{mn} \exp[-B_{mn}\{t - 0\Delta T\}] C_{mn} [(i-1)/N_s + j/N_s/M] \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} & (i-1)\Delta T \leq t \leq i\Delta T \quad (i=1, 2, \dots, N_s) \\ & t_h \leq t \quad (i=N_s+1, u_i = u_c = \theta_w) \end{aligned}$$

$\partial\theta_c/\partial t_h$ は中心温度を対象にしているのので、式(44)で $C_{mn}=1$ とおけばよい。以上より、式(42)が計算でき、 $\partial J^*/\partial t_h$ を求めることができる。

### 3.3 数値計算のアルゴリズム

3.2節で求めた評価関数のこの配は、現在位置での評価関数のこの配の最も急な方向であり、この方向をとる探索法が最急降下法とよばれている。しかし、実用アルゴリズムとしてはかならずしも有効ではないということから、この方法をベースにした種々の方法が考案されている。各種の探索方法のうち、ここでは最も一般的な共役こう配法 (Fletcher-Reeves法) を用いることにする。また、探索方向に踏み出すステップの長さは直線探索法の一方法である放物線近似法を

用いた。

いま、評価関数  $J^*$  は複数個の変数  $\mathbf{x}$  の関数  $f(\mathbf{x})$  とすると共役こう配法のアルゴリズム<sup>8)</sup> はつぎのようになる。

$J^* = f(\mathbf{x})$  : 評価関数

$\mathbf{x}$  : ベクトル変数

- ① 変数  $\mathbf{x}$  の初期点  $\mathbf{x}_0$  をあたえる。  $k=0$  とおく。
- ② 探索方向  $\mathbf{d}_0 = -f'_x(\mathbf{x}_0)$  を計算する。  $f'_x = \partial f / \partial \mathbf{x}$
- ③  $f(\mathbf{x}_k + s\mathbf{d}_k)$  を最小にする  $s$  を計算し、  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + s\mathbf{d}_k$  を計算する。
- ④  $f(\mathbf{x}_k)$  と  $f(\mathbf{x}_{k+1})$  とで収束判定し、収束していれば終了する。
- ⑤  $\beta_k = \left\{ \int_0^{t_{k+1}} f'_x(\mathbf{x}_{k+1}) f'_x(\mathbf{x}_{k+1}) dt \right\} / \left\{ \int_0^{t_k} f'_x(\mathbf{x}_k) f'_x(\mathbf{x}_k) dt \right\}$  を計算する。  
ただし、  $f'_x(\mathbf{x}_k)$  : 行ベクトル、  $f'_x(\mathbf{x}_k) f'_x(\mathbf{x}_k)$  : ベクトルの内積
- ⑥  $\mathbf{d}_{k+1} = f'_x(\mathbf{x}_{k+1}) + \beta_k \mathbf{d}_k$   $k = k+1$  とおいて③にもどる。

## 4. 結果および考察

### 4.1 計算に用いた諸係数

缶詰食品の温度計算には式(34)の有限円筒の理論解を用いた。缶詰の直径は99mm、缶詰の高さは119mm、温度伝導率は9.6mm<sup>2</sup>/min、初期温度は71.1℃、冷却温度は25℃とした。缶詰の形状や初期温度は過去の諸研究<sup>2)~5)</sup>と比較するために、それらの研究で用いられたデータと同じデータを使用した。また、その他の各係数はつぎの通りである。  $F_C = 6.0$ min,  $z_1 = 10.0$ ℃,  $\theta_{1r} = 121.1$ ℃,  $z_2 = 25.0$ ℃<sup>6)</sup>,  $\theta_{2r} = 100.0$ ℃<sup>6)</sup>とした。  $z_2$  は栄養素や色やテクスチャなどのうちのどれを対象にするかによって異なるが、ここでは browning reaction<sup>6)</sup>を対象にした。

### 4.2 標準型(1段型)プロフィール

Fig.2のような標準型(1段型)プロフィールの場合は2変数の問題であるので、レトルト温度と加熱時間の最適値は簡単な逐次計算から容易に求めることができる。レトルト温度を0.5℃おきに計算したときのレトルト温度  $u_1$  と加熱時間  $t_h$  の最適値を Table 1 に示す。

Table 1 より、C値の体積平均を対象にした場合のレトルト温度と加熱時間の最適値はそれぞれ  $u_1 = 115.5$ ℃,  $t_h = 115.15$ minであり、表面のC値を対象にした場合のレトルト温度

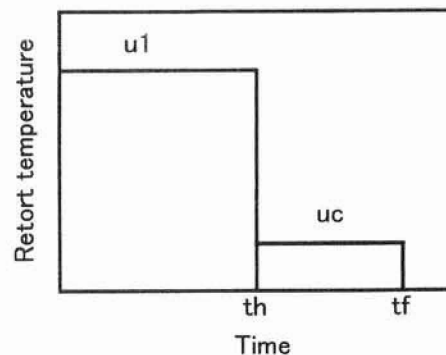


Fig. 2 Constant retort temperature.

Table 1 Optimum constant retort temperature profiles for volume average and surface C-value using a trial and error method.

	$u_1$ (℃)	$t_h$ (min)	$F_0$ -value (min)	C-value (min)
Volume average	115.5	115.15	0.6000000E+01	0.3228401E+03
Surface	111.0	161.20	0.6000005E+01	0.4440268E+03



と加熱時間の最適値はそれぞれ  $u_1 = 111.0^\circ\text{C}$ ,  $t_h = 161.20\text{min}$ であることがわかる。

この問題に共役こう配法をあてはめて計算した結果を Table 2 と Table 3 に示す。Table 2 は C 値の体積平均を対象にした場合であり、Table 3 は表面の C 値を対象にした場合である。

Table 2 よりラグランジュ乗数 ( $v_1$ ) が3000のときの計算結果と逐次計算の結果がほとんど一致しており、さらに、Table 3 よりラグランジュ乗数 ( $v_1$ ) が4000のときの計算結果と逐次計算の結果がほとんど一致していることがわかる。

### 4.3 多段型プロフィール

4.2節で述べたように、標準型プロフィールについて、共役こう配法による計算結果と逐次計算による計算結果はほとんど一致した。そこで、Fig. 1 のような多段型レトルト温度プロフィールについて共役こう配法による計算を行った。段数 ( $N_s$ ) は20段としたが、各段のレトルト温度 ( $u_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 20$ ) の探索開始時のプロフィールは缶詰食品の殺菌でよく行われている台形型のプロフィールを参考にして設定した。C 値の体積平均を対象にした場合の最適プロフィールを Fig. 3 に、表面の C 値を対象にした場合の最適プロフィールを Fig. 4 に示す。何れもレトルト温度はややゆっくり上昇し最高温度に達してからはかなり急激に冷却温度  $25^\circ\text{C}$  まで下がっていることがわかる。最高温度は C 値の体積平均を対象にした場合が  $119.92^\circ\text{C}$  であり、表面の C 値を対象にした場合は  $115.76^\circ\text{C}$  であった。Table 4 は C 値の体積平均を対象としたときの標準型と多段型の最適プロフィールの場合の C 値を示すが、多段型の方が標準型より約7.4%小さい。さらに、Table 5 は表面の C 値を対象としたときの標準型と多段型の最適プロフィールの場合の C 値を示すが、多段型の方が標準型より約15.5%小さいことがわかる。Fig. 3 や Fig. 4 のプロフィールを実際のレトルト殺菌に応用するときは階段型プロフィールを滑らかな曲線で近似すればよい。

Table 2 Optimum constant retort temperature profiles for volume average C-value using the conjugate gradient method.

$v_1$	$u_1$ ( $^\circ\text{C}$ )	$t_h$ (min)	$F_0$ -value (min)	C-value (min)
1000	115.77	113.14	0.5977567E+01	0.3224192E+03
2000	115.93	112.15	0.5989148E+01	0.3227704E+03
3000	115.50	115.14	0.5992540E+01	0.3226735E+03
4000	116.11	110.99	0.5994365E+01	0.3230415E+03

Table 3 Optimum constant retort temperature profiles for surface C-value using the conjugate gradient method.

$v_1$	$u_1$ ( $^\circ\text{C}$ )	$t_h$ (min)	$F_0$ -value (min)	C-value (min)
2000	111.24	157.49	0.5984109E+01	0.4436888E+03
3000	111.39	155.50	0.5989462E+01	0.4440602E+03
4000	110.90	162.61	0.5992932E+01	0.4438059E+03
5000	111.43	155.00	0.5993725E+01	0.4442618E+03

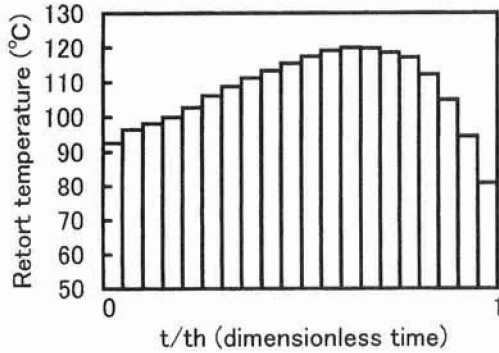


Fig. 3 Optimum retort temperature profile (best sequence of multiple steps) showing minimum volume average C-value as related to dimensionless time ( $t/t_h$ ).

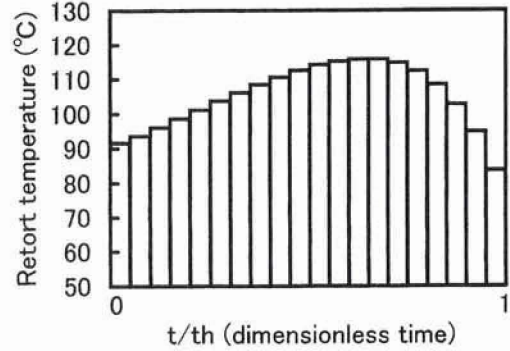


Fig. 4 Optimum retort temperature profile (best sequence of multiple steps) showing minimum surface C-value as related to dimensionless time ( $t/t_h$ ).

Table 4 Comparison of volume average C-values in optimum constant and variable retort temperature profiles.

	$u_1$ (°C)	$t_h$ (min)	$F_0$ -value (min)	C-value (min)
標準型	115.50	115.14	0.5992540E+01	0.3226735E+03
多段型	119.92*	139.28	0.5993313E+01	0.2987519E+03

\* は最高温度を示す。

Table 5 Comparison of surface C-values in optimum constant and variable retort temperature profiles.

	$u_1$ (°C)	$t_h$ (min)	$F_0$ -value (min)	C-value (min)
標準型	110.90	162.61	0.5992932E+01	0.4438059E+03
多段型	115.76*	177.26	0.5993605E+01	0.3752120E+03

\* は最高温度を示す。

## 5. 結 論

熱が伝導で伝わる食品（伝導食品）が詰められた缶詰食品の中心での $F_0$ 値を一定にし、C値（体積平均あるいは表面の値）を最小にするということから、レトルト温度プロフィールと加熱時間とのコンピューターによる最適化をこころみた。

従来の研究はいずれも問題を拘束条件つき終端時間固定の最適制御問題にあてはめ、加熱時間をあらかじめ与えてレトルト温度プロフィールの最適化を行っているが、本研究では問題を拘束条件つき終端時間未定の最適制御問題としてとらえ、レトルト温度プロフィールと加熱時間の最適化を同時に行っているところが従来の研究と異なっている点である。最適制御理論を応用し共役こう配法を用いて計算した結果、レトルト温度は最高温度までは比較的ゆるやかに上昇し、最高温度に達してからはかなり急激に冷却温度まで下降する方がよいことがわかった。

## 記号

- $a$  = 缶詰の半径  
 $A_m = 2/\{R_m J_1(R_m)\}$   
 $A_n = 2 \sin R_n / R_n$   
 $A_{mn} = A_m A_n$   
 $b$  = 缶詰の高さの1/2  
 $B_i$  = ビオ数 (= 熱伝達率・長さ/熱伝導率)  
 $B_m = \alpha \{R_m/a\}^2$   
 $B_n = \alpha (R_n/b)^2$   
 $B_{mn} = B_m + B_n$   
 $C_m = J_0(R_m r/a)$   
 $C_n = \cos(R_n y/b)$   
 $C_{mn} = C_m C_n$   
 $d$  = 探索方向 (ベクトル)  
 $d_k$  =  $k$  番目の探索方向 (ベクトル)  
 $D$  =  $D$  値  
 $D_r$  = 基準温度における  $D$  値  
 $f$  = ベクトル関数  
 $F_C$  = あらかじめ与える  $F_0$  値  
 $i$  = 1, 2, 3, ...,  $N$  などの数  
 $j$  = 1, 2, 3, ...,  $M$  などの数  
 $J_0(x)$  = 第1種零次ベッセル関数  
 $J_1(x)$  = 第1種1次ベッセル関数  
 $k$  = 1, 2, 3, ... などの数  
 $L$  = スカラ関数  
 $m$  = 1, 2, 3, ... などの数  
 $n$  = 1, 2, 3, ... などの数  
 $N$  = 時間  $t$  での微生物の数あるいは食品成分の濃度  
 $N_s$  = 多段型レトルト温度プロファイルの加熱領域の段数  
 $r$  = 半径方向の座標  
 $R_m$  = 第1種零次ベッセル関数  $J_0(x) = 0$  の第  $m$  次の正根  
 $R_n = (2n-1)\pi/2$   
 $s$  = 探索方向のステップの長さ  
 $t$  = 時間  
 $t_h$  = 加熱時間  
 $t_c$  = 冷却時間  
 $t_f$  = 冷却終了時間 ( $t_f = t_h + t_c$ )  
 $t_k$  =  $t_f$  の  $k$  番目の予測値  
 $T$  = 任意の時間  
 $\Delta T$  = レトルト温度が  $u_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N_s$ ) である時間  
 $\mathbf{u}$  = 制御入力 (ベクトル)  
 $u$  = レトルト温度  $u(t)$

$u_i$	= $i$ 番目のレトルト温度
$x$	= 変数
$\mathbf{x}$	= ベクトル変数
$\mathbf{x}_0$	= ベクトル $\mathbf{x}$ の初期値
$y$	= 缶詰の中心を原点としたときの高さ方向の座標
$z$	= $z$ 値
$\alpha$	= 温度伝導率 = 熱伝導率 / (比熱 · 比重)
$\beta_k$	= こう配の修正係数
$\theta$	= 温度
$\theta_c$	= 中心温度
$\theta_0$	= 初期温度
$\theta_R$	= レトルト温度
$\theta_w$	= 冷却温度
$\theta_{1r}$	= 微生物に関する基準温度
$\theta_{2r}$	= 食品成分に関する基準温度
$\lambda$	= 随伴変数 (ベクトル)
$\nu$	= ラグランジュ乗数 (ベクトル)
$\phi$	= スカラ関数
$\psi$	= ベクトル関数

#### 参 考 文 献

- 1) Ball, C. O. and Olson, F. C. W. : Sterilization in Food Technology, McGraw-Hill, 91 (1957).
- 2) Teixeira, A. A., et al. : *J. Food Sci.*, **40**, 656 (1975).
- 3) Saguy, I. and Karel, M. : *J. Food Sci.*, **44**, 1458 (1979).
- 4) Nadkarni, M. and Hatton, T. : *J. Food Sci.*, **50**, 1312 (1985).
- 5) Banga, J., et al. : *J. Food Eng.*, **14**, 25 (1991).
- 6) Ohlsson, T. : *J. Food Sci.*, **45**, 836 (1980).
- 7) 加藤寛一郎 : 工学的最適制御, 東京大学出版会, 95 (1998).
- 8) 加納秀明 : システムの最適理論と最適化, コロナ社, **85**, 170 (1990).
- 9) 川下研介 : 熱伝導論, 河出書房, **29**, 254 (1941).
- 10) 寺島好己 · 野中保雄 : 日本機械学会論文集, **61** (586) C編, 2387 (1995).
- 11) Terajima, Y. and Nonaka, Y. : *J. Food Sci.*, **61** (4), 673 (1996).